

Практическая работа №7.

Тема: «Формула полной вероятности».

Цель работы:

- Формировать умения решать задачи на применение формулы полной вероятности.
- Закрепить знания учащихся по теме «Формулы сложения и умножения вероятностей».

Теоретические сведения:

Пусть событие A может наступить с одним и только с одним из несовместных событий H_1, H_2, \dots, H_n , образующих полную группу (такие события называются **гипотезами**). Тогда вероятность события A вычисляется по формуле

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A),$$

которая носит название **формулы полной вероятности**.

Вероятности гипотез $P(H_i)$ в этой формуле предполагаются известными до опыта.

Пример 1. Издательство разослало рекламные материалы на новый учебник по теории вероятностей, которые получили 80% профессоров, читающих этот курс в различных учебных заведениях. Отобрали эту книгу и приняли ее для преподавания 30% профессоров, получивших рекламные материалы и 10% не получивших их. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный профессор вуза принял этот учебник для преподавания?

Решение. Пусть A – событие, что учебник одобрен и принят к преподаванию. Гипотеза H_1 – профессор получил рекламные материалы, гипотеза H_2 – профессор не получил рекламные материалы.

$$P(H_1)=0,8, \quad P_{H_1}(A)=0,3$$

$$P(H_2)=0,2, \quad P_{H_2}(A)=0,1.$$

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,24 + 0,02 = 0,26.$$

Пример 2.

Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 4 белых и 7 черных шаров, во второй – только белые и в третьей – только черные шары. Наудачу выбирается одна урна и из неё наугад извлекается шар. Какова вероятность того, что этот шар чёрный?

Решение: рассмотрим событие A – из наугад выбранной урны будет извлечён чёрный шар. Данное событие может произойти или не произойти в результате осуществления одной из следующих гипотез:

B_1 – будет выбрана 1-я урна;

B_2 – будет выбрана 2-я урна;

B_3 – будет выбрана 3-я урна.

Так как урна выбирается наугад, то выбор любой из трёх урн **равновозможен**, следовательно:

$$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$$

Обратите внимание, что перечисленные гипотезы образуют **полную группу событий**, то есть, по условию чёрный шар может появиться только из этих урн, а например, не прилететь с

бильярдного стола. Проведём простую промежуточную проверку:

$$P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

В первой урне 4 белых + 7 черных = 11 шаров, по **классическому определению**:

$$P_{B_1}(A) = \frac{7}{11} \text{ – вероятность извлечения чёрного шара при условии, что будет выбрана 1-я урна.}$$

Во второй урне только белые шары, поэтому **в случае её выбора** появление чёрного шара становится **невозможным**: $P_{B_2}(A) = 0$.

И, наконец, в третьей урне одни чёрные шары, а значит, соответствующая **условная вероятность** извлечения чёрного шара составит $P_{B_3}(A) = 1$ (*событие достоверно*).

По формуле полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + P(B_3) \cdot P_{B_3}(A) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{11} + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{7}{33} + 0 + \frac{1}{3} = \frac{18}{33} = \frac{6}{11} \end{aligned}$$

– вероятность того, что из наугад выбранной урны будет извлечен чёрный шар.

Ответ: $\frac{6}{11}$

Задачи для самостоятельного решения:

№1. Для участия в студенческих отборочных соревнованиях из первой группы выделено четыре студента, из второй – шесть, из третьей – пять студентов. Вероятности попадания для студента каждой группы в сборную колледжа соответственно равны 0,5; 0,4; 0,3. Какова вероятность того, что наудачу выбранный участник соревнований попал в сборную?

№2. Имеется три урны. В первой урне два белых шара и один черный. Во второй урне три белых и один черный. В третьей урне четыре белых шара и один черный. Наудачу выбирается урна и из нее наудачу вынимается шар. Какова вероятность, что вынутый шар белый?

№3. Теннисист идет на игру. Если ему дорогу перебежит черная кошка, то вероятность победы – 0,2; если не перебежит, то – 0,7. Вероятность, что кошка перебежит дорогу – 0,1, что не перебежит – 0,9. Какова вероятность победы?

№4. Имеется две урны. В первой урне 5 белых и 5 черных. Во второй урне три белых шара и два черных. Наудачу выбирается урна и из нее наудачу вынимается шар. Какова вероятность того, что вынутый шар белый?

№5. Имеются три завода по производству телевизоров. Первый завод выпускает 70% продукции, второй завод – 20% продукции, третий завод – 10% продукции. У первого завода 10% брака, у второго – 5% брака, у третьего – 3% брака. Какова вероятность того, что купленный в магазине телевизор будет бракованным.

№6. На склад поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 40% деталей от их общего количества, на втором – 35% и на третьем 25%, причем на первом станке было

изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором – 80% и на третьем – 70%. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется первого сорта?

№7. В ящике сложены детали: 16 деталей с первого участка, 24 – со второго и 20 – с третьего. Вероятность того, что деталь, изготовленная на втором участке, отличного качества, равна 0,6, а для деталей, изготовленных на первом и третьем участках, вероятности равны 0,8. Найдите вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется отличного качества.

№8. Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,04 и 0,13 – в период экономического кризиса. Предположим, что вероятность того, что начнется период экономического роста, равна 0,65. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?

№9. При слиянии акционерного капитала двух фирм аналитики фирмы получающей контрольный пакет акций, полагают, что сделка принесет успех с вероятностью, равной 0,65, если председатель совета директоров поглощаемой фирмы выйдет в отставку; если он откажется, то вероятность успеха равна 0,3. Предполагается, что вероятность ухода в отставку председателя составляет 0,7. Чему равна вероятность успеха сделки?

№10. Фирма собирается заключить контракт на поставку сельскохозяйственного оборудования в одну из развивающихся стран. Если основной конкурент фирмы не станет одновременно претендовать на заключение контракта, то вероятность получения контракта оценивается в 0,45; в противном случае – в 0,25. По оценкам экспертов компании вероятность того, что конкурент выдвинет свои предложения по заключению контракта, равна 0,4. Чему равна вероятность заключения контракта?

Критерии оценки работы:

- выполнены без ошибок и недочетов 9-10 заданий - выставляется отметка **«отлично»**;
- выполнены без ошибок и недочетов 7-8 задания - выставляется отметка **«хорошо»**;
- выполнены без ошибок и недочетов 5-6 заданий - выставляется отметка **«удовлетворительно»**;
- выполнено без ошибок и недочетов и менее 5 заданий - выставляется отметка **«неудовлетворительно»**.

Студенты, получившие за работу неудовлетворительную оценку, должны выполнить ее повторно.